

Тәжірибелік сабақ
Тақырып 1. 2 және 3-ретті анықтауыштарды есептеу жолдары.
Олардың қасиеттері.

1. Берілген анықтауыш үшін

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} -3 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 4 \end{vmatrix}$$

a_{12} , a_{32} элементтерінің минорлары мен алгебралық толықтауыштарын табыңыз. Δ_4 анықтауышын есептеңіз:

- а) 1-жолының элементтері бойынша жіктеу арқылы;
- б) 2-бағанасының элементтері бойынша жіктеу арқылы;
- в) 1-жолының элементтерін алдын-ала 0-ге айналдыру арқылы.

Шешуі. a_{12} , a_{32} элементтерінің минорларын анықтаймыз:

$$M_{12} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \end{vmatrix} = -8 - 16 + 6 + 12 + 4 - 16 = -18$$

$$M_{32} = \begin{vmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & -1 & 4 \end{vmatrix} = -12 + 12 - 12 - 8 = -20$$

a_{12} , a_{32} элементтерінің алгебралық толықтауыштары сәйкес

$$A_{12} = (-1)^{1+2} M_{12} = -(-18) = 18$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} M_{32} = -(-20) = 20 \text{ шамаларымен анықталады.}$$

Δ_4 анықтауышын үш жолмен есептейміз:

- а) 1-жолының элементтері бойынша жіктеу арқылы;

$$\begin{aligned} \Delta_4 &= a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} + a_{14}A_{14} = -3 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 4 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix} = \\ &= -3(8 + 2 + 4 - 4) - 2(-8 - 16 + 6 + 12 + 4 - 16) + (16 - 12 - 4 + 32) = 38; \end{aligned}$$

- б) 2-бағанасының элементтері бойынша жіктеу арқылы;

$$\begin{aligned} \Delta_4 &= -2 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \\ 4 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \\ &= -2(-8 + 6 - 16 + 12 + 4 - 16) - 2(12 + 6 - 6 - 16) + (-6 + 16 - 12 - 4) = 38; \end{aligned}$$

- в) 1-жолының элементтерін алдын-ала 0-ге айналдыру арқылы;

Анықтауыштың қасиеттерін қолданамыз. 3- бағанасының элементтерін 3-ке көбейтіп, 1- бағанасының сәйкес элементтеріне, сонан кейін (-2) -ге көбейтіп, 2-бағанасының сәйкес элементтеріне қосамыз. Сонда 1-жолдың 3-ші элементінен басқасы 0-ге айналады. Алынған анықтауышты 1-жолдың элементтері бойынша жіктеп, есептейміз:

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} -3 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & -4 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -14 & -6 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{vmatrix} = -(-56 + 18) = 38$$

Жауабы: $\Delta=38$.

2. Реті $n \geq 3$ анықтауыштарды есептеудің негізгі әдісі 3 қасиетті қолдана отырып қандай да бір жолда (бағанда) нөлдер алғаннан кейін 2 қасиетті қолданып ретін төмендету.

$$\text{Анықтауышты есепте } \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 2 & 6 \\ -1 & 2 & -2 & -4 \end{vmatrix}$$

Шешуі.

Үшінші бағанда нөлдер алайық:

а) екінші жолдың барлық элементтерін -2 -ге көбейтіп, үшінші жолдың сәйкес элементтеріне қосамыз,

б) екінші жолдың элементтерін 2 -ге көбейтіп, сәйкес элементтерін төртінші жолға қосамыз

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 0 & 2 \\ 1 & -4 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \cdot A_{13} + 1 \cdot A_{23} + 0 \cdot A_{34} = A_{23} = (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ 1 & -4 & 0 \end{vmatrix} = -2.$$

Сонымен қатар, анықтауышты үшбұрышты түрге келтіру арқылы да есептеуге болады.

3. Анықтауышты есепте

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 8 & 7 & 4 & -2 \\ -1 & 4 & 2 & 3 & 1 \\ 9 & 27 & 6 & 10 & -9 \\ 3 & 9 & 6 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & 2 & 8 & -1 \end{vmatrix}$$

Келесі амалдарды орындайық. Анықтауыштың бесінші бағанының элементтерін сәйкесінше бірінші бағанның элементтеріне қосамыз, осы бесінші бағанды 3 -ке көбейтіп, екінші бағанның сәйкес элементтеріне қосамыз, 2 -ге көбейтіп үшінші бағанның сәйкес элементтеріне, 8 -ге көбейтіп төртінші бағанның сәйкес элементтеріне қосамыз. Нәтижесінде бастапқы анықтауышқа тең үшбұрыш түріне келтірілген төмендегі анықтауышты аламыз:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 & -12 & -2 \\ 0 & 7 & 4 & 11 & 1 \\ 0 & 0 & -12 & -62 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & -22 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -3 \cdot 7 \cdot 12 \cdot 22 \cdot 1 = -5544$$